

# Les contributions de la théorie financière à la solution de problèmes en organisation industrielle et en microéconomie appliquée

Stylios Perrakis

Volume 65, numéro 4, décembre 1989

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/601509ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/601509ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Perrakis, S. (1989). Les contributions de la théorie financière à la solution de problèmes en organisation industrielle et en microéconomie appliquée. *L'Actualité économique*, 65(4), 518–546. <https://doi.org/10.7202/601509ar>

## *Les contributions de la théorie financière à la solution de problèmes en organisation industrielle et en microéconomie appliquée*

Stylios PERRAKIS  
*Département d'économie  
Faculté d'administration  
Université d'Ottawa*

### I. INTRODUCTION

Cette étude a comme objectif une synthèse de certains éléments de la théorie économique et de l'analyse financière. Ces deux disciplines se sont tenues séparées jusqu'à présent dans la plupart de leurs applications. Il y a, néanmoins, intérêt pour les économistes de se tenir au courant de certains progrès récents dans le domaine de l'analyse financière, étant donné que ces progrès peuvent les aider à résoudre certains problèmes persistants dans la théorie économique. Le but de ce travail est de mettre en relief certaines des contributions de l'analyse financière dans la solution de problèmes touchant le domaine de la microéconomie en général et de l'organisation industrielle en particulier. Ainsi, nous allons examiner ici les apports de la théorie des options dans la solution de problèmes concernant le comportement de l'entreprise sous incertitude, surtout la réglementation des monopoles, la structure financière des entreprises, le choix des investissements et les barrières à l'entrée.

Il serait peut-être pertinent ici de mentionner le fait que cette étude contient relativement peu de résultats nouveaux. La méthode d'évaluation sous incertitude qui est à la base de l'approche employée ici est déjà connue des économistes travaillant dans le domaine de la théorie de l'incertitude, surtout dans le cadre des modèles du type Arrow-Debreu d'équilibre général. De même, la théorie des options forme une partie centrale de la théorie financière. Un article récent de Varian (1987) a déjà attiré l'attention des économistes sur cette théorie. J'ai cependant l'impression que cet article n'a pas mis suffisamment l'accent sur la capacité de cette théorie d'aider à résoudre des problèmes de microéconomie du type équilibre partiel. C'est vers les économistes qui s'intéressent à ces derniers types de problèmes que s'adresse surtout la présente étude.

Pour la plupart des économistes la théorie financière forme tout simplement un des domaines de l'analyse microéconomique, tout comme l'économie du travail. Après tout, pourquoi doit-on s'occuper plus de l'un des facteurs primaires de production que de l'autre ? Il y a pourtant des raisons d'accorder une importance

accrue au facteur capital, même dans le contexte étroit de la microéconomie. Il ne faut pas oublier que ce sont les détenteurs des actifs financiers qui s'occupent de la prise de décisions au sein de l'entreprise. Donc, leurs interactions les uns avec les autres, ainsi qu'avec les autres participants aux marchés des capitaux, vont influencer leurs décisions quant aux variables « réelles » telles que les prix et quantités produites, et le montant de capital investi. Jusqu'ici cette influence fut ignorée dans la plupart des études microéconomiques ou financières. Il est de plus en plus apparent que cette séparation des deux domaines n'est plus réaliste. C'est ce que cette étude va s'efforcer de démontrer.

La théorie des options, dont nous allons nous occuper, forme l'un des domaines les plus critiques dans l'évolution récente de la théorie financière. Jusqu'au début des années 1970, les options étaient considérées comme des instruments d'investissement financier d'une importance plutôt modérée, étant donné qu'il n'existait pas de marché secondaire où elles auraient pu être transigées. En plus, la qualité des modèles disponibles en ce temps-là pour l'évaluation des options laissait quelque peu à désirer. Tout cela a changé en 1973, année pendant laquelle deux événements importants ont eu lieu : le début du fonctionnement du premier marché secondaire d'options, le *Chicago Board Options Exchange* ou *CBOE*, et la publication du fameux article de F. Black et M. Scholes qui présentait le modèle d'évaluation des options d'achat qui porte le nom de ces deux auteurs. Depuis cette date, l'étude des options est devenue une des parties les plus dynamiques de la théorie financière et le modèle de Black et Scholes est considéré, à juste titre, comme l'un des points de repère les plus importants de cette théorie.

L'intérêt de l'étude des options, pour les économistes qui ne s'occupent pas spécialement de l'analyse financière, découle des implications des méthodes d'évaluation des options pour la théorie de l'entreprise sous incertitude. L'apport des marchés financiers dans l'allocation du risque et la prise de décision dans le cadre de l'incertain étaient déjà bien connus à travers le travail d'Arrow (1965). La principale contribution des méthodes d'évaluation des options, dans la théorie de l'entreprise en situation d'incertitude, fut la mise en relief de la puissance du concept de l'*efficacité* des marchés financiers. Cette efficacité implique l'absence de toute possibilité de réalisation des profits d'*arbitrage* (c'est-à-dire des profits sans risque) à l'aide de transactions financières. C'est pour cette raison que les méthodes d'évaluation développées dans le cadre de la théorie des options portent le nom d'*évaluation par arbitrage*.

L'évaluation par arbitrage est basée sur une notion relativement simple qui s'accorde avec le bon sens. Soit deux actifs financiers qui donnent droit à la perception de cash-flows aléatoires. Si ces cash-flows sont toujours égaux, quel que soit l'état de la nature, les valeurs des deux actifs financiers doivent aussi être égales. Donc, si on connaît l'une des deux il est possible de trouver l'autre. En l'absence d'une telle égalité des valeurs il serait possible de réaliser des profits d'arbitrage. Dans l'évaluation des options, les deux actifs financiers à valeurs égales sont en général des portefeuilles contenant le titre, des options d'achat ou de vente de ce titre et l'actif sans risque. La manipulation des proportions des actifs

contenus dans les portefeuilles permet l'égalisation des cash-flows des deux portefeuilles.

L'évaluation par arbitrage est soumise à certaines règles qui seront examinées avec plus de détails dans la section suivante. Ces règles nous ont permis de développer des formules pour les valeurs des options d'achat ou de vente d'un titre, celle de Black et Scholes étant la mieux connue. Mais l'intérêt des méthodes d'évaluation par arbitrage dépasse de loin la théorie des options. En effet, une option sur un titre n'est en fin de compte que la valeur d'une fonction non-linéaire des cash-flows de l'entreprise sous-jacente. Donc, si on possède un « bon » modèle d'évaluation des options, on est aussi en mesure d'évaluer plusieurs autres fonctions non-linéaires des cash-flows d'une entreprise à l'aide de méthodes semblables à celles employées pour l'évaluation des options.

C'est cette dernière remarque qui est à la base des applications de la théorie des options à la solution de certains problèmes en organisation industrielle. Ces problèmes ont besoin de modélisations de situations ou de politiques qui apportent des changements non-linéaires dans les cash-flows aléatoires d'une entreprise. Il est possible, dans certains cas, de représenter ces changements comme des cash-flows provenant d'un portefeuille d'options d'achat ou de vente sur les actions de l'entreprise. Il est donc possible, à l'aide d'un modèle d'évaluation des options, d'évaluer les effets de telles situations ou politiques sur l'entreprise ou sur le bien-être général.

Il serait peut-être utile, avant de passer à un examen plus détaillé de ces applications, de rappeler les méthodes employées pour la solution de tels problèmes avant les apports de la théorie des options. En l'absence d'une modélisation explicite d'un secteur financier, la prise de décisions d'une entreprise en situation de risque était représentée à travers la maximisation d'une fonction d'utilité de l'entreprise. Une telle fonction présupposait qu'il n'y avait qu'un seul individu qui contrôlait l'entreprise ou qu'il y avait unanimité sur les décisions à prendre parmi tous les détenteurs des actions de l'entreprise<sup>1</sup>. La première hypothèse n'est applicable qu'aux très petites entreprises, tandis que la deuxième contient des éléments très restrictifs. En plus, même si on accepte l'existence d'une fonction d'utilité pour l'entreprise, les conclusions tirées de la solution du problème dépendent en général de la forme de cette fonction. Or, il n'y a pas de règles précisant la forme des fonctions d'utilité des investisseurs, à part certaines restrictions d'ordre général comme la concavité et la positivité de la troisième dérivée. C'est pour cette raison que cette méthodologie n'est plus très utilisée aujourd'hui, étant supplantée presque entièrement par l'inclusion d'un secteur financier dans les modèles de l'entreprise en situation d'incertitude.

Les deux prochaines sections vont présenter un bref résumé des points pertinents de la théorie des options, surtout en ce qui a trait à l'évaluation des cash-flows aléatoires. Les sections qui vont suivre traiteront de problèmes essentiellement

---

1. Voir, par exemple, Ekkern and Wilson (1974), Leland (1974), et Perrakis (1979).

microéconomiques : la structure financière et le choix des investissements, la réglementation et les barrières à l'entrée.

## II. L'ÉVALUATION PAR ARBITRAGE

Cette section va présenter un bref résumé des résultats pertinents du principe d'arbitrage dans la théorie financière. La première application de ce principe eut lieu dans l'article célèbre de Modigliani et Miller (1958), mais une formulation systématique de la théorie n'a été faite que pendant les années 70 (voir en particulier Ross (1976, 1978), Rubinstein (1976), Breeden et Litzenberger (1978), Harrison et Kreps (1979), et l'article déjà cité de Varian (1987)).

Soit  $Z$  un cash-flow aléatoire découlant d'un actif financier quelconque dont la valeur actuelle est  $V$  et soit  $R = 1 +$  (taux d'intérêt sans risque). On suppose, pour simplifier l'exposition, qu'il y a une seule période de temps à la fin de laquelle la valeur de  $Z$  est observée. Notre but est donc de relier  $Z$  à  $V$ .

Le principe d'évaluation par arbitrage contient un nombre d'hypothèses sur la structure des marchés financiers et le comportement des investisseurs<sup>2</sup>. Ces hypothèses sont les suivantes : (i) il y a un prix unique pour chaque actif financier ; (ii) un cash-flow futur possède toujours une valeur positive, quelles que soient les circonstances (les investisseurs ne sont jamais satisfaits) ; (iii) il y a absence de possibilités de profits d'arbitrage quand les marchés financiers sont en équilibre.

Avec ces hypothèses on peut démontrer qu'il existe une variable  $Y$ , qui est la même pour tous les investisseurs, telle que :

$$V = E[ZY]/R \quad (1)$$

où  $E$  dénote l'espérance mathématique. En général la variable  $Y$  n'est pas unique si les marchés financiers ne sont pas *complets*, c'est-à-dire s'il n'y a pas suffisamment d'actifs financiers pour représenter toutes les situations futures possibles (toutes les valeurs possibles des cash-flows aléatoires dans notre économie). Ce sont les hypothèses différentes faites sur  $Y$  qui caractérisent les différents modèles d'évaluation des options examinés dans la prochaine section.

Quoique la relation (1) soit extrêmement simple, elle nous permet de dériver certains résultats qui ne sont pas évidents. Ainsi, l'opération qui détermine la valeur d'un cash-flow aléatoire est *linéaire*. En d'autres mots, si  $V_1$  et  $V_2$  dénotent les valeurs des cash-flows aléatoires  $Z_1$  et  $Z_2$  et  $a$  et  $b$  sont deux constantes, la valeur de la somme  $aZ_1 + bZ_2$  est égale à  $aV_1 + bV_2$ . De même, on a  $E[Y] = 1$  puisque la valeur d'un cash-flow ayant la valeur de 1 sous toutes les circonstances est égale à  $1/R$ . Enfin, l'application de (1) aux cash-flows provenant de la possession de la dette et des titres d'une entreprise prouve directement les théorèmes de Modigliani et Miller (1958, 1963) qui seront revus dans des sections suivantes, On doit toutefois noter que la relation (1) ne suffit plus pour déterminer la valeur d'un cash-flow qui est

2. Pour une discussion détaillée de ces hypothèses voir Rubinstein (1976).

fonction d'un autre dont la valeur est connue dès que la fonction devient non-linéaire. Pour une telle évaluation on a besoin d'hypothèses plus restrictives qui sont au cœur même de la théorie des options examinée dans la section suivante.

Avant d'aborder cette théorie, il convient d'élaborer quelque peu sur la relation (1) qui est à la base de toute notre analyse. Par exemple, on voudrait en savoir plus sur la variable commune  $Y$ . Un économiste voudrait aussi faire un lien entre la relation (1) et un modèle plus détaillé d'équilibre des marchés financiers basé sur les choix de portefeuille des investisseurs. Un tel lien fut présenté par Rubinstein<sup>3</sup> (1976) dans un modèle qui nous permet de donner une interprétation économique de  $Y$ , mais dont les hypothèses sont nettement plus restrictives que l'absence d'arbitrage. Dans le modèle de Rubinstein les hypothèses (i) et (ii) ci-dessus sont maintenues, mais l'hypothèse (iii) de l'absence de profits d'arbitrage est remplacée par : (iii) il y a concurrence parfaite dans les marchés financiers qui sont efficaces selon le principe de Pareto ; (iv) les préférences des investisseurs sont additives par rapport au temps ; (v) il existe un investisseur « moyen » dont les choix sont censés représenter les conditions d'équilibre du marché financier. Avec ces nouvelles hypothèses la variable  $Y$  devient l'utilité marginale de la consommation de cet investisseur moyen. Je répète que ces nouvelles hypothèses ne sont nécessaires que si on veut modéliser en détail l'équilibre des marchés financiers ; sinon, il suffit de les remplacer par l'absence de possibilités de profits d'arbitrage.

### III. LA THÉORIE DES OPTIONS ET L'ÉVALUATION PAR ARBITRAGE

Une option d'achat d'un titre financier est un actif financier dont la valeur est dérivée de celle du titre sous-jacent. Elle est caractérisée par les variables suivantes : le prix d'exercice  $X$  et le temps d'expiration, mesuré en nombre de périodes  $n$ . Nous allons initialement supposer que  $n = 1$ . Le détenteur de l'option a le droit d'acheter le titre à un prix égal au prix d'exercice, quel que soit le prix du titre à l'échéance. Évidemment, si à cette date le prix du titre a baissé au-dessous du prix d'exercice l'option va expirer sans qu'elle soit exercée. Le cas contraire, son détenteur aura droit à recevoir le montant  $Z - X$ . Soit  $V_0$  la valeur d'un titre donnant droit à la perception d'un cash-flow aléatoire  $Z$ . On dénote par  $O(V_0, X)$  la valeur d'une option d'achat avec prix d'exercice  $X$ . Selon (1), cette valeur est égale à :

$$O(V_0, X) = E[Y \text{ Max}\{Z - X, 0\}] / R. \quad (2)$$

La valeur de l'option dépend donc de la valeur du titre, du prix d'exercice, de la date d'exercice, du taux d'intérêt sans risque et de la relation aléatoire entre les variables  $Y$  et  $Z$ . Dépendant de la forme donnée à cette dernière relation, nous pouvons dériver des valeurs explicites pour la fonction  $O$ . Avant de procéder dans cette direction, il est pertinent de noter certaines propriétés *robustes*<sup>4</sup> de la fonction  $O$ , c'est-à-dire des propriétés qui sont vraies uniquement à la base des relations (1)

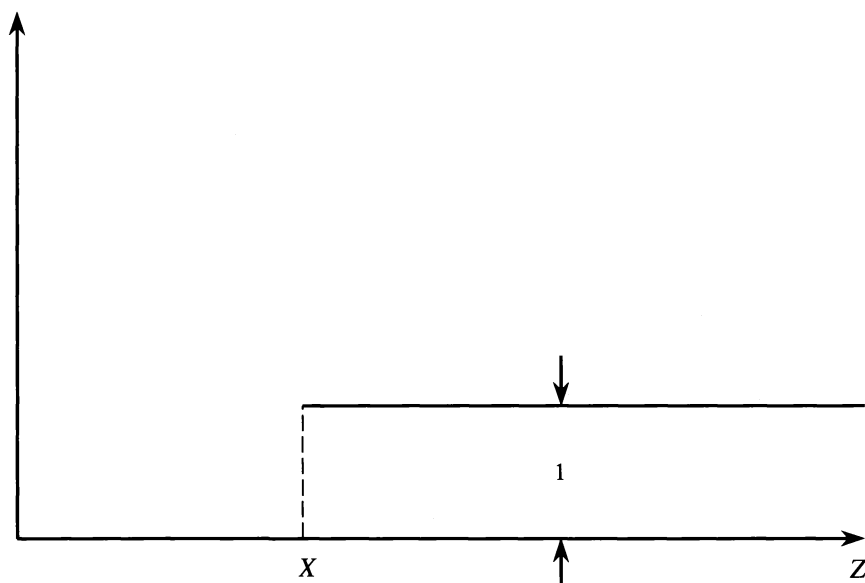
3. Voir aussi Brennan (1979).

4. Ces propriétés furent initialement démontrées par Merton (1973).

et (2). Ainsi,  $O(V_0, X)$  est une fonction croissante et convexe par rapport à  $V_0$ , et décroissante et convexe par rapport à  $X$ . En plus, nous avons les relations évidentes  $O(V_0, 0) = V_0$ , et  $O(V_0, \infty) = 0$ .

L'importance de la fonction  $O(V_0, X)$ , en microéconomie, réside dans le rôle qu'elle joue pour l'évaluation de certains cash-flows aléatoires qui sont des fonctions non-linéaires de  $Z$ . La fonction qui nous intéresse le plus ici est celle qui est représentée dans la Figure 1 : elle correspond à un cash-flow égal à \$1 si  $Z$  est supérieur ou égal à  $X$  et à 0 si  $Z < X$ .

FIGURE 1



Pour évaluer cette fonction, il suffit de supposer initialement que la variable  $Z$  a une distribution discrète, avec  $X - 1$  étant une des valeurs dans son domaine. Maintenant, formons le portefeuille à la valeur  $O(V_0, X - 1) - O(V_0, X)$  composé de l'achat d'une option d'achat avec prix d'exercice  $X - 1$  et de la vente à découvert d'une option d'achat avec prix d'exercice  $X$ . Nous observons que les cash-flows provenant de ce portefeuille sont donnés par la fonction représentée à la figure 1 : à la date d'expiration, la première option donne droit à  $\text{Max}\{0, Z - (X - 1)\}$ , tandis que la deuxième crée une obligation de payer  $\text{Max}\{0, Z - X\}$ . Selon le principe de l'évaluation par arbitrage, deux actifs financiers dont les cash-flows sont égaux sous toutes circonstances doivent aussi avoir la même valeur, ce qui signifie que la valeur de notre fonction serait égale à  $O(V_0, X - 1) - O(V_0, X)$ .

L'emploi de la valeur de l'option pour évaluer des cash-flows qui sont des fonctions complexes de  $Z$  peut être illustré à l'aide de (1). On suppose que  $Z$  est une variable aléatoire à distribution continue dont la fonction de distribution est  $F(z)$  avec densité  $f(z)$ . Soit aussi  $Y(z) = E[Y | Z = z]$ , l'espérance de la variable  $Y$  étant

donné  $Z$ . Selon (1), la valeur  $V_0$  du titre est égale à  $(1/R) \int_0^\infty zY(z)dF(z)$ . De même, la valeur de l'option  $O(V_0, X)$  est donnée par l'équation suivante:

$$O(V_0, X) = (1/R) \int_X^\infty (z - X)Y(z)dF(z) . \quad (3)$$

Si on ignore, pour simplifier la présentation, la dépendance de  $O$  sur  $V_0$ , alors on peut écrire :

$$\delta O / \delta X = - (1/R) \int_X^\infty Y(z)dF(z) . \quad (4)$$

On peut facilement remarquer qu'avec un changement de signe la partie gauche de l'équation (4) est, selon (1), équivalente à la valeur du cash-flow représenté à la figure 1.

En dérivant (4) encore une fois on trouve que  $\delta^2 O / \delta X^2 = (1/R)Y(z)f(z)$ . Cette expression est égale à la valeur actuelle d'un actif élémentaire qui permet à son détenteur de recevoir \$1 si  $Z = z$  et 0 dans toutes les autres circonstances. Donc, la connaissance de la forme de la fonction  $O(V_0, X)$  permet l'évaluation de tous les cash-flows qui sont des fonctions de  $Z$ , quelle que soit leur forme fonctionnelle, comme fonctions de la seule valeur  $V_0$ . C'est cette propriété des options d'achat d'un titre qui rend ces options utiles pour la solution de problèmes microéconomiques, comme nous allons voir dans les sections suivantes.

Le dernier point qui nous manque, avant d'aborder ces applications microéconomiques de la théorie des options, est la spécification de la forme de  $O(V_0, X)$ . Une telle spécification a besoin d'hypothèses spéciales sur la forme de la fonction  $Y(z)$  et/ou la distribution de probabilité  $F(z)$ . Sur ces points-là la théorie financière a développé un certain nombre de modèles que nous allons résumer. Ces modèles diffèrent les uns des autres sur plusieurs dimensions, à commencer par la manière de modéliser le temps jusqu'à l'expiration de l'option. Afin d'examiner ces différences nous allons nous débarrasser pour le moment de l'hypothèse que le temps d'expiration est égal à une période. Nous pouvons maintenant distinguer deux catégories de modèles d'options : (1) les modèles à temps continu, où  $t$  dénote le temps jusqu'à l'expiration et où la valeur correspondante de l'option est  $O_t(V_0, X)$ ; (2) les modèles à temps discret, où  $n$  dénote le nombre de périodes jusqu'à l'expiration et où la valeur de l'option est  $O_n(V_0, X)$ .

Le modèle à temps continu de Black et Scholes (1973) est celui qui est le plus employé. Il a été développé sous deux hypothèses alternatives. L'étude initiale de Black et Scholes supposait que les rendements aléatoires de chaque titre suivaient un processus de diffusion en temps continu, ce qui signifie que leurs rendements à la fin d'une période de temps de longueur  $t$  ont une distribution lognormale. Une deuxième hypothèse beaucoup plus controversée de ce modèle est que les investisseurs ont la capacité d'ajuster leurs portefeuilles *continuellement* en effectuant des transactions ininterrompues dans les marchés financiers. C'est cette hypothèse qui permet la formation d'un portefeuille sans risque contenant le titre et l'option d'achat. L'évaluation de l'option est le résultat de l'observation qu'un tel portefeuille doit avoir un rendement égal à celui de l'actif sans risque.



Selon le modèle Black et Scholes, l'expression qui nous donne la valeur de l'option dépend, en plus de  $V_0$ ,  $X$  et  $t$ , du taux d'intérêt sans risque  $r$  (en temps continu) et de la variance  $\sigma^2$  des rendements du titre par unité de temps. Cette expression est la suivante :

$$O_t(V_0, X) = V_0 N(d_1) - Xe^{-rt} N(d_2) \quad (5)$$

où  $N()$  dénote la distribution normale standardisée cumulative et  $d_1, d_2$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$d_1 = \frac{\ln(V_0 / X) + (r + \sigma^2 / 2)t}{\sigma \sqrt{t}}, d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t}.$$

Il est à noter que cette expression ne dépend pas des rendements moyens du titre mais seulement de leur variance.

Le modèle Black et Scholes fut aussi dérivé sous l'hypothèse d'équilibre des marchés financiers à la fin d'une seule période de longueur  $t$  (Rubinstein (1976), Brennan (1979)). Cette approche emploie, au lieu de l'hypothèse d'absence de profits d'arbitrage, les trois autres conditions associées à l'équilibre des marchés financiers que nous avons déjà rencontrées à la section précédente. En plus, elle suppose que les variables aléatoires  $Z$  et  $Y$  ont une distribution conjointe lognormale bivariée<sup>5</sup>. Cette hypothèse est plutôt restrictive, mais il n'est pas possible de l'éviter si on veut que l'expression (5) apparaisse comme résultat de l'équilibre du modèle.

Le modèle *binomial* de la valeur d'une option d'achat, développé par Cox, Ross et Rubinstein (1979), et Rendleman et Bartter (1979), est un autre modèle qui est fréquemment employé. C'est un modèle à temps discret qui est basé sur des méthodes d'arbitrage. Il emploie une seule hypothèse qui est extrêmement restrictive. Selon celle-ci, la distribution du cash-flow aléatoire  $Z$  à la fin d'une seule période doit avoir exactement deux valeurs possibles. Ainsi, supposons que  $Z$  soit le rendement provenant de l'investissement de \$1 dans un titre dont la valeur actuelle est de  $V_0$ . Le modèle binomial suppose qu'à la fin d'une période la valeur du titre doit être égale soit à  $V_0 u$  soit à  $V_0 d$ , où les paramètres  $u$  et  $d$  sont respectivement supérieurs et inférieurs au rendement  $R$  de l'actif sans risque.

Cette hypothèse est à la fois nécessaire et suffisante pour que l'on puisse construire un portefeuille, contenant seulement le titre et l'option d'achat, dont le risque est nul. Selon le principe de l'absence de profits d'arbitrage, le rendement d'un tel portefeuille doit être égal à  $R$ . Ceci nous permet d'évaluer  $O_1(V_0, X)$  en fonction de  $u, d, R, V_0$  et  $X$ . Étant donné  $O_1$ , il est maintenant possible d'appliquer une méthode récursive pour évaluer les options d'achat pour un nombre quelconque  $n$  de périodes jusqu'à l'expiration. Cette méthode, qui suppose que les rendements

5. Par contre, si la distribution conjointe de  $Y$  et de  $Z$  est normale bivariée, le modèle d'évaluation des options qui en résulte est différent de celui donné par (5) (voir Brennan (1979)). Aucune autre hypothèse ne nous permet de produire une valeur des options qui soit indépendante de la distribution de  $Y$ .

du titre dans des périodes successives sont indépendants, produit le résultat suivant :

$$O_n(V_0, X) = R^{-n} \left[ \sum_{j=J}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} p^j (1-p)^{n-j} (V_0 u^j d^{n-j} - X) \right] . \quad (6)$$

Dans cette expression le paramètre  $J$  représente le nombre entier  $j$  le plus petit qui satisfait l'inégalité  $j \ln(u/d) \geq \ln(X/V_0) - n \ln d$ , tandis que la probabilité  $p$  est égale à  $(R - d)/(u - d)$ .

La valeur de l'option calculée selon l'expression (6) est en fait l'espérance actualisée des cash-flows provenant de l'option selon une distribution binomiale avec paramètres  $n$  et  $p$ . En fait, il est relativement facile de démontrer que cette expression tend à la limite à la formule (5) du modèle Black et Scholes<sup>6</sup>. Il suffit pour cela de subdiviser la période  $t$  en un nombre  $n$  de sous-périodes de longueur  $\delta t$ , telles que  $n$  tend vers l'infini,  $\delta t$  tend vers zéro, et  $n\delta t = t$ . De même, les rendements élémentaires  $u$  et  $d$  pendant une seule période doivent suivre un certain processus de limite pendant cette subdivision, aboutissant à une distribution lognormale du rendement du titre à la fin de la période  $t$ . Une exposition simple, quoique très rigoureuse, de tels processus de limite fut donnée par Merton (1982).

La principale faiblesse du modèle binomial est évidemment son hypothèse de base, qui présuppose seulement deux étapes possibles du rendement aléatoire  $Z$  à la fin d'une seule période. Une généralisation récente du modèle binomial évite cette hypothèse restrictive, tout en gardant certaines des propriétés désirables de ce modèle<sup>7</sup>. Cette généralisation a, néanmoins, l'inconvénient de dériver non pas un prix unique pour l'option mais deux limites (supérieure et inférieure), à l'intérieur desquelles le prix de l'option serait situé. L'avantage de cette approche est que le modèle qui en résulte est applicable à toutes les distributions de probabilité des rendements du titre et pas seulement à la binomiale. En plus, il a été récemment démontré que le modèle binomial est un cas spécial, de cette approche<sup>8</sup>.

La seule hypothèse adoptée dans cette approche concerne la fonction  $Y(z)$  que nous avons défini comme l'espérance conditionnelle de la variable  $Y$ , étant donné que  $Z = z$ . Cette fonction est supposée *monotone*, soit croissante ou (comme c'est le cas dans l'immense majorité des titres) décroissante. Il est facile de démontrer que les modèles de Black et Scholes, ainsi que le modèle binomial, sont conformes à cette hypothèse.

Si la fonction  $Y(z)$  est décroissante, on peut démontrer que l'absence de possibilités de profits d'arbitrage amène à la conclusion que le prix de l'option doit

6. Ceci est vrai seulement si le rendement du titre à la fin d'une période de temps  $a$  a une distribution lognormale. Par contre, si cette distribution est du type Poisson, la valeur des options donnée par (6) tend vers une autre limite. Voir Cox *et al* (1979).

7. Cette généralisation fut introduite par Perrakis et Ryan (1984), et développée ensuite par Ritchken (1985), Perrakis (1986, 1987, 1988), et Ritchken et Kuo (1988).

8. Voir Perrakis (1986) et Ritchken et Kuo (1988).

être situé à l'intérieur de deux limites. Ces limites dépendent, en plus des variables  $V_0, X, R$  et  $n$ , de toute la distribution de probabilité des rendements du titre (la variable  $Z$ ). Si on suppose aussi que les rendements du titre dans les périodes successives sont indépendants, alors il est possible de dériver deux valeurs  $\underline{C}_n(V_0, X)$  et  $\overline{C}_n(V_0, X)$ , telles que  $\underline{C}_n(V_0, X) \leq O_n(V_0, X) \leq \overline{C}_n(V_0, X)$ .

La borne supérieure  $\overline{C}_n(V_0, X)$  ressemble à l'expression (6), puisqu'elle est, elle aussi, une espérance des cash-flows provenant de la possession de l'option. Supposons que la distribution de  $Z$  pendant une période soit une distribution multinomiale discrète, où  $Z$  peut avoir  $m$  valeurs possibles  $z_i, i = 1, \dots, m$ , et  $p_i$  dénote la probabilité que  $Z = z_i$ . Soit aussi  $\hat{z} = \sum p_i z_i$ , l'espérance de  $Z$  qui est supposée être supérieure à  $R$  à cause de l'hypothèse que  $Y(z)$  est une fonction décroissante. Si maintenant on dénote par  $Z^{(n)}$  le produit de  $n$  réalisations indépendantes successives de la variable aléatoire  $Z$ , alors on peut démontrer que :

$$C_n(V_0, X) = R^{-n} E_u[\text{Max}\{V_0 Z^{(n)} - X, 0\}] \quad (7)$$

Dans cette expression  $E_u$  dénote l'espérance de la fonction du produit  $Z^{(n)}$  si  $Z$  possède la distribution  $(z_i, U_i)$  suivante :

$$U_1 = (\hat{z} - R) / (\hat{z} - z_1) + p_1(R - z_1) / (\hat{z} - z_1); U_i = p_i(R - z_i) / (\hat{z} - z_i), i = 2, \dots, m.$$

La borne inférieure est elle aussi une espérance, mais elle utilise une distribution différente. On dénote par  $\hat{z}_j, j = 1, \dots, m$ , les espérances *partielles* définies de la manière suivante :  $\hat{z}_j = \left( \sum_1^j p_j z_j \right) / \left( \sum_1^j p_j \right)$ ; évidemment,  $\hat{z}_1 = z_1$  et  $\hat{z}_m = \hat{z}$ . Étant donné ces espérances partielles ainsi définies, soient  $j^*$  et  $j^* + 1$  les deux valeurs de l'indice  $j$  telles que  $\hat{z}_{j^*} \leq R \leq \hat{z}_{j^*+1}$ , et soit  $T$  le rapport  $(R - \hat{z}_{j^*}) / (\hat{z}_{j^*+1} - \hat{z}_{j^*})$ . De même, on dénote par  $Z^{(n)}$  le produit de  $n$  variables aléatoires indépendantes, mais qui ne sont pas les mêmes que les rendements du titre ou les variables employées dans la borne supérieure; chacune de ces variables possède la distribution  $(z_i, W_i)$ ,  $i = 1, \dots, j^* + 1$ , où :

$$W_i = p_i [T / (\sum_1^{j^*+1} p_i) + (1 - T) / (\sum_1^{j^*} p_i)], i = 1, \dots, j^*; W_{j^*+1} = p_{j^*+1} T / (\sum_1^{j^*+1} p_i).$$

Avec ces définitions la borne inférieure devient maintenant :

$$\underline{C}_n(V_0, X) = R^{-n} E_w[\text{Max}\{V_0 Z^{(n)} - X, 0\}] \quad (8)$$

où  $E_w$  dénote l'espérance de la fonction par rapport à la distribution  $(z_i, W_i)$ .

Les deux bornes définies dans (7) et (8) sont une généralisation de la valeur de l'option selon le modèle binomial, donnée par l'expression (6). Ceci est facile à démontrer : il suffit de considérer le cas spécial  $m = 2$  dans (7) et (8) où les trois formules (6), (7) et (8) coïncident. Par contre, (7) et (8) donnent des valeurs différentes dès que  $m > 2$ .

Si maintenant on soumet (7) et (8) au même processus asymptotique que (6), alors on obtient des résultats assez semblables à ceux du modèle binomial<sup>9</sup>,

9. Voir Perrakis (1988).

dépendant de la distribution des rendements du titre (de la variable  $Z$ ). Ainsi, si  $Z$  suit une distribution *trinomielle*, où le titre peut dans une seule période subir une hausse, une baisse ou ne pas changer de prix, les deux bornes de (7) et (8) convergent vers la même valeur que le modèle binomial de (6) si, et seulement si, la variable  $Z^{(n)}$  converge vers une variable lognormale. Par contre, si  $Z^{(n)}$  converge vers un processus du type Poisson les deux bornes restent distinctes même à la limite. En plus, il a aussi été démontré que, pour cette même distribution trinomielle, l'hypothèse de base du modèle qui nous donne (7) et (8), le fait que  $Y(z)$  doit être une fonction décroissante, est une condition à la fois *nécessaire et suffisante* pour qu'un prix unique de l'option émerge à la limite, même si  $Z^{(n)}$  converge vers une variable lognormale. Cette propriété a été récemment généralisée pour des distributions multinomiales<sup>10</sup>, dont le nombre d'états possibles de  $Z$  dépasse trois.

Enfin on doit aussi noter que la méthode des bornes peut-être appliquée à l'évaluation d'autres actifs financiers, dont les cash-flows ont la forme d'une fonction *convexe* de la variable  $Z$ . Ainsi, cette méthode fut employée pour évaluer différentes formes d'obligations de l'entreprise ainsi que des options de vente du type Américain<sup>11</sup>.

Nous avons maintenant terminé notre bref survol des modèles d'évaluation des options qu'on rencontre dans la littérature financière. Le but de ce survol était tout simplement de démontrer que ces modèles sont suffisamment robustes dans leurs hypothèses pour nous permettre de les appliquer dans des problèmes microéconomiques. Par contre, le but de notre étude est d'illustrer la puissance et la flexibilité de la méthode d'évaluation par arbitrage pour la solution de tels problèmes microéconomiques, surtout dans le cadre de la prise de décision de l'entreprise en présence d'incertitude. C'est vers ces applications microéconomiques que nous allons nous tourner maintenant. Dans ce qui suit nous n'allons plus spécifier la forme de la fonction  $O(V_0, X)$ , la valeur d'une option d'achat : dépendant de notre problème, elle sera donnée par une des expressions (5), (6), (7) ou (8). C'est son emploi dans l'évaluation des cash-flows aléatoires selon l'expression (4) qui nous intéressera par la suite.

#### IV. CONCURRENCE ET MONOPOLE AVEC DEMANDE ALÉATOIRE

Dans les modèles que nous allons présenter, nous allons adopter les hypothèses les plus simples quant à la demande et les fonctions de production de l'entreprise<sup>12</sup>. Ainsi, nous allons supposer que l'entreprise choisit au temps 0 son capital physique dont le montant est  $K$ . Ce choix est fait en maximisant la *valeur*  $V(K)$  des cash-flows, qui proviennent des opérations de production de l'entreprise, moins le coût du capital investi. La fonction de production est supposée être du type Leontief (à coefficients fixes). Ceci signifie que, si  $Q$  dénote la quantité produite, les coûts

10. Voir Perrakis (1989).

11. Voir Perrakis (1986, 1987).

12. La plupart des résultats obtenus peuvent être facilement généralisés

variables sont égaux à  $cQ$ , où  $c$  est un coefficient constant, pourvu que  $Q$  soit inférieur à la capacité de production. Cette capacité peut être mesurée par le capital investi  $K$ , exprimé en unités de produit. Évidemment,  $Q$  ne peut jamais dépasser  $K$ .

Dans le modèle concurrentiel on suppose que le prix  $p$  est égal à une variable aléatoire  $a$ . De même, on suppose que le coût du capital investi  $K$  est une fonction qui devient éventuellement convexe et qu'on dénote par  $C(K)$ ; cette hypothèse est nécessaire afin de pouvoir définir la taille de l'entreprise. Par contre,  $C(K)$  peut être une fonction linéaire dans des modèles de concurrence imparfaite.

Nous avons aussi besoin d'évaluer différents cash-flows aléatoires qui sont en général des fonctions non-linéaires de  $a$ . Cette évaluation est uniquement basée sur le principe de l'absence de profits d'arbitrage. L'opération d'évaluation sera dénotée par l'opérateur  $< >$ . Dans le modèle concurrentiel la base de nos évaluations est dénotée par  $V_0$ , qui est égale à  $< a >$ . Donc,  $V_0$  est la valeur des recettes provenant de la vente d'une unité de produit vendue au prix aléatoire  $a$ .

Nous avons aussi besoin de certaines hypothèses concernant la résolution de l'incertitude à travers le temps. Ainsi, nous allons supposer que le choix de la quantité produite a lieu après que la valeur exacte de  $a$  ait été révélée. Par contre, le choix du capital investi  $K$  est fait au tout début, quand la valeur de  $a$  est inconnue.

Avec cette spécification on peut voir facilement que le profit variable<sup>13</sup> de l'entreprise, dénoté par  $\pi$ , est égal à  $(a - c)K$  (l'entreprise produit le maximum possible) si  $a \geq c$ , et à 0 si  $a < c$ . Donc, nous avons :

$$V(K) = \left\langle \begin{cases} (a-c)K, & a \geq c \\ 0, & a < c \end{cases} \right\rangle > -C(K). \text{ Il est évident que la valeur du cash-flow}$$

aléatoire est égale à  $K$  fois la valeur d'une option d'achat de  $V_0$ , dont le prix d'exercice est égal à  $c$ . Ceci nous donne comme résultat que :  $V(K) = KO(V_0, c) - C(K)$ . Le choix de  $K$  se fait en maximisant  $V(K)$ . Si  $C'(K)$  dénote la dérivée de  $C(K)$ , il est clair que  $K$  est la solution de l'équation  $C'(K) = O(V_0, c)$ .

Ce modèle extrêmement simple sert à illustrer la puissance des méthodes d'évaluation par arbitrage. En l'absence de telles méthodes on aurait eu besoin, pour le choix du capital, de maximiser l'espérance d'une fonction d'utilité concave non spécifiée ce qui nous aurait permis de tirer relativement peu de conclusions. Ici, par contre, nous pouvons facilement voir, par exemple, que l'augmentation du risque du prix aléatoire  $a$ , dans le sens formulé par Rothschild et Stiglitz (1970), va *augmenter* la quantité de capital  $K$  si elle n'affecte pas  $V_0$ <sup>14</sup> et si  $C(K)$  est supposée être une fonction convexe, comme c'est généralement le cas. Cette remarque provient du fait, démontré par Merton (1973), que la valeur d'une option augmente *ceteris paribus* si le risque du titre sous-jacent augmente.

13. Ici on dénote par profit variable la différence entre les recettes et les coûts à court terme (variables) de l'entreprise.

14. Par exemple,  $V_0$  n'est pas affecté si l'évaluation est faite à travers un modèle d'arbitrage où le prix d'un actif dépend de la corrélation de ses cash-flows avec certains indices du marché et si le risque de  $a$  augmente à travers une augmentation de la variance résiduelle qui n'affecte pas ces corrélations.

La modélisation est plus compliquée quand il s'agit d'un monopole, mais le choix du capital se fait aussi d'une manière qui est aussi élégante que dans le cas de la concurrence. Ici on suppose que la courbe de demande de l'entreprise est donnée, en forme inverse, par l'équation  $p = a - bQ$ , où  $a$  est une variable aléatoire ; on suppose que  $a$  est située dans l'intervalle  $[\underline{a}, \bar{a}]$ , où  $\underline{a}$  et  $\bar{a}$  sont deux limites pré-spécifiées. Le coût du capital investi est supposé linéaire et égal à  $c_1 K$ , où  $c_1$  est un paramètre. On suppose aussi, comme dans le modèle concurrentiel, que le choix de la quantité produite  $Q$  a lieu après que la valeur de la variable aléatoire  $a$  ait été révélée.

Ici la maximisation du profit variable  $\pi$  par rapport à  $Q$  est plus compliquée. En effet,  $\pi = (a - bQ)Q - cQ$  et, dépendant de la valeur de  $a$ , nous trouvons, en maximisant  $\pi$ , les cas suivants :

$$Q = 0, \pi = 0, \text{ si } a < c ; \quad (9a)$$

$$Q = (a - c)/2b, \pi = (a - c)^2/4b, \text{ si } c \leq a < c + 2bK ; \quad (9b)$$

$$Q = K, \pi = a - bK^2 - cK, \text{ si } c + 2bK \leq a. \quad (9c)$$

Donc, le choix de  $K$  se fait en maximisant la valeur de l'entreprise moins le coût de l'investissement, soit  $V(K) - c_1 K = \langle \pi \rangle - c_1 K$ , où  $\pi$  est donné par les équations (9abc).

L'évaluation de l'expression  $\langle \pi \rangle$  est assez compliquée, surtout à cause du terme quadratique en  $a$  qui apparaît dans (9b). Il est toutefois facile, malgré cette complexité, d'isoler les termes contenant  $K$  qui sont les seuls qui vont jouer un rôle dans le choix du capital. L'additivité de l'opérateur  $\langle \rangle$  nous permet de séparer les différentes composantes de  $\pi$ . Ainsi, soit  $\pi_a$ ,  $\pi_b$  et  $\pi_c$  les expressions pour le profit variable  $\pi$ , correspondant à (9a), (9b) et (9c), où on suppose que le profit variable devient zéro quand  $a$  sort de l'intervalle correspondant. Il est évident que  $\pi = \langle \pi_a \rangle + \langle \pi_b \rangle$ , étant donné que  $\langle \pi_c \rangle = 0$ . Il est facile de voir que  $\langle \pi_a \rangle = KO(V_0, c + 2bK) - bK^2 \delta O(V_0, c + 2bK) / \delta(c + 2bK)$ . De même,  $\langle \pi_b \rangle = \int \pi_b (\delta^2 O(V_0, a) / \delta a^2) da$ , où les limites supérieure et inférieure de l'intégrale sont  $c + 2bK$  et  $c$ . Étant donné que  $K$  rentre dans  $\langle \pi_b \rangle$  seulement dans la limite supérieure de l'intégration, il est facile de voir, en dérivant  $\langle \pi_b \rangle$  par rapport à  $K$ , que le seul terme de cette dérivée contenant  $K$  est égal à  $2b(\pi_b (\delta^2 O(V_0, a) / \delta a^2))$ , avec  $a = c + 2bK$ .

Si on prend maintenant la dérivée de  $V(K) = \langle \pi \rangle - c_1 K$  par rapport à  $K$ , qui doit être mise égale à zéro pour le choix optimal de  $K$ , on obtient :

$$dV(K)/dK = 0 = d \langle \pi_a \rangle / dK + d \langle \pi_b \rangle / dK - c_1 = O(V_0, c + 2bK) - c_1, \quad (10)$$

les autres termes ayant disparus. Donc, le capital investi est donné par l'équation  $O(V_0, c + 2bK) = c_1$ .

Cette expression simple et élégante nous permet de dériver toutes sortes de conclusions quant à l'influence des paramètres du modèle sur le choix de  $K$ . Comme dans le modèle concurrentiel, ce sont les propriétés de la fonction de la

valeur de l'option par rapport à ses arguments qui nous permettent de dériver ces conclusions. Par exemple, l'augmentation du risque de  $a$  augmente le  $K$  ; l'augmentation du coût moyen variable  $c$  diminue le  $K$  choisi ; etc.<sup>15</sup>... Encore une fois, le lecteur est invité à répéter de tels calculs de  $K$  sous incertitude avec la « vieille » méthodologie, qui consiste à maximiser l'espérance d'une fonction d'utilité concave, pour se rendre compte de la puissance de la méthode d'évaluation par arbitrage.

La simplicité apparente de ces modèles ne doit pas être confondue avec les difficultés de leur application sous des hypothèses plus réalistes. Ainsi, par exemple, le choix du capital investi peut être fait à travers des investissements successifs s'échelonnant sur plusieurs périodes. Dans de tels cas le modèle de la valeur d'une option ne peut pas être appliqué directement. On doit se référer à la théorie de l'évaluation par arbitrage, tout en employant des hypothèses sur les marchés de capitaux et la structure probaliliste des cash-flows. Quelques contributions récentes qui emploient cette approche sont celles de Brennan et Schwartz (1985), McDonald et Siegel (1986), et Pindyck (1988).

Les possibilités de l'évaluation par arbitrage deviennent plus importantes dans des cas plus compliqués, qui relèvent de l'organisation industrielle plutôt que de la microéconomie. De tel cas sont la réglementation des monopoles et l'analyse des barrières à l'entrée que nous allons examiner dans les prochaines sections.

## V. LE MONOPOLE RÉGLEMENTÉ SOUS INCERTITUDE

La réglementation des monopoles est en général représentée par le modèle classique d'Averch et Johnson (1962). Il y a eu certaines extensions de ce modèle dans le domaine de l'incertitude<sup>16</sup> dont les résultats diffèrent, dans certains points importants, de ceux de l'analyse initiale. La méthode de l'évaluation par arbitrage et les modèles des options vont nous permettre d'effectuer une synthèse de ces différentes approches.

Soient  $p$  et  $Q(p)$  le prix et la fonction de demande du monopoleur, cette dernière étant aléatoire. Soit aussi  $K$  le montant du capital investi au tout début de la période dont le prix est égal à  $c$ .  $p$  et  $K$  sont choisis sous incertitude, tandis que le choix des autres intrants est fait après que la valeur exacte de la demande aléatoire soit connue. Donc, l'entreprise va minimiser ses coûts variables qui seront donnés par la fonction  $C(Q, K)$ . Cette dernière est supposée être une fonction croissante et convexe en  $Q$  et décroissante et concave en  $K$ .

Le modèle d'Averch et Johnson est surtout concerné avec le choix de  $K$ . Ce choix est soumis à une contrainte du taux de rendement sur le capital investi qui

15. Ces conclusions proviennent des propriétés de la fonction de la valeur d'une option qui sont robustes par rapport au modèle choisi (voir Merton (1973)).

16. Voir en particulier Peles et Stein (1976), Perrakis (1976a, 1976b) et Meyer (1979).

prend la forme d'une inégalité. Dans le contexte de la certitude l'entreprise maximise son profit total égal à  $pQ(p) - C(Q(p), K) - cK$ , soumis à la contrainte  $pQ(p) - C(Q(p), K) \leq sK$ , où  $s$  représente le taux de rendement maximum que l'entreprise peut réaliser sur ses actifs. Une extension directe de cette formulation dans le domaine de l'incertitude remplace le profit par la valeur des cash-flows moins le coût de capital<sup>17</sup>, ainsi,  $X(p, K) \equiv pQ(p) - C(Q(p), K)$ , avec  $U(p, K) = < X(p, K) >$ . L'entreprise maximise la fonction  $U(p, K) - cK$ , soumise à la contrainte du taux de rendement. La forme la plus évidente à donner à cette contrainte est de supposer que le prix  $p$  est choisi de manière conjointe par l'agence de réglementation et l'entreprise, sous l'hypothèse que c'est l'espérance des cash-flows qui doit maintenant être inférieure à  $sK$ , soit  $E[X(p, K)] \leq sK$ .

Ainsi formulé, le modèle de réglementation sous incertitude maintient toutes les propriétés de la solution dérivée sous certitude. Ces propriétés, qui furent l'objet d'un grand nombre d'études<sup>18</sup> pendant les années 60 et 70, avaient surtout trait au choix inefficace de  $K$  qui était trop élevé par rapport à la minimisation des coûts. Il faut toutefois noter que les hypothèses nécessaires pour cette extension simple du modèle sous incertitude sont plutôt restrictives. En particulier, elles supposent que l'entreprise et l'agence de réglementation partagent la même information quant à la distribution aléatoire de la demande et/ou des coûts.

Par contre, un tel modèle ne peut être utilisé si on suppose que l'entreprise connaît avant l'agence la valeur exacte de la demande aléatoire. Dans ce cas-là, il y a possibilité de modifier certains de ses choix de manière stratégique afin de ne pas violer la contrainte du taux de rendement. Quant à cette dernière contrainte, c'est sur le rendement *réalisé*, plutôt qu'espéré, qu'elle est appliquée, puisque c'est la performance observée qui est « monitorisée », étant donné que la qualité de l'information possédée par l'agence est inférieure à celle de l'entreprise.

Une telle interaction entre l'entreprise et l'agence peut être représentée comme une séquence de décisions de l'agence pendant chaque période. La décision peut être de maintenir le prix existant, d'accorder une augmentation ou de mandater une réduction. La nature de chaque décision dépend du taux de rendement observé durant la période précédente (ou durant un nombre de périodes). Par exemple, il a été suggéré<sup>19</sup> que l'agence s'efforce de maintenir le taux de rendement réalisé entre une limite inférieure  $s_1$  et une limite supérieure  $s_2$ ,  $s_1 < s_2$ . Si le taux observé dépasse  $s_2$  il y a un rabais automatique qui est mandaté par l'agence, tandis que le prix est augmenté sans opposition si ce même taux est inférieur à  $s_1$ .

En fait, on n'a pas besoin d'attendre l'intervention de l'agence si on suppose que l'entreprise obtient son information quant aux cash-flows réalisés avant l'agence. Il suffit de demander des augmentations intérimaires ou d'accorder des rabais volontaires afin d'éviter une intervention subséquente. Dans de tels cas les

17. Voir Meyer (1979).

18. Pour un résumé de ces études voir Bailey (1973).

19. Voir Joskow (1979). Le modèle de Joskow fut reformulé par Perrakis (1983) à l'aide de méthodes d'arbitrage.



cash-flows de cette entreprise auront la forme suivante, dépendant de la valeur de la demande aléatoire  $Q(p)$  :

$$\begin{aligned} & s_1 K \text{ si } X(p, K) \leq s_1 K \\ & pQ(p) - C(Q(p), K) \text{ si } s_1 K < X(p, K) \leq s_2 K \\ & s_2 K \text{ si } X(p, K) > s_2 K. \end{aligned}$$

Il est facile de voir, en employant la définition d'une option, que la valeur  $V(p, K)$  des cash-flows sera égale à :

$$V(p, K) = s_1 K/R + O(U, s_1 K) - O(U, s_2 K) \quad (11)$$

où  $U \equiv U(p, K) = < X(p, K) >$ , et  $R = (1 + \text{le taux d'intérêt sans risque})$ .

La relation (11) nous permet de relier les modèles de réglementation traditionnels, du type Averch et Johnson reformulé afin de tenir compte de l'incertitude, avec les hypothèses plus réalistes incorporées dans la relation (11). Il suffit pour cela de comparer le choix de  $p$  et  $K$  tiré d'une maximisation de  $U(p, K)$  sous la contrainte  $E[X(p, K)] \leq sK$ , où  $s$  est situé entre  $s_1$  et  $s_2$ , avec le choix des mêmes variables tirées d'une maximisation de  $V(p, K)$ . La comparaison peut se faire avec précision si, par exemple, le modèle binomial ou l'expression Black et Scholes sont employés dans (11) à la place de la fonction de la valeur de l'option. De même, il est possible de formuler le problème de la réglementation du monopole en temps continu en employant des techniques tirées de la théorie des options, afin de dériver des expressions semblables à (11) (voir l'étude de Brennan et Schwartz (1982)).

## VI. DUOPOLE ET BARRIÈRE À L'ENTRÉE SOUS INCERTITUDE

Il est évident que la puissance de la méthode d'évaluation par arbitrage et du modèle de la valeur des options nous sont surtout utiles dans le cas d'événements discrets qui changent la nature des cash-flows aléatoires de l'entreprise. Un tel événement est l'entrée d'une nouvelle entreprise. Donc, l'évaluation par arbitrage pourrait être employée pour représenter les stratégies adoptées par une entreprise existante afin d'empêcher des concurrents potentiels d'entrer dans son secteur. De telles stratégies furent examinées dans le domaine de la certitude par Dixit (1979, 1980), Spulber (1981), et Schmalensee (1981). Elles furent généralisées dans le cas d'un secteur dont la demande est aléatoire par Perrakis et Warskett (1983, 1986). C'est cette deuxième étude qui est à l'origine du modèle présenté dans cette section.

Soit l'entreprise existante, représentée par l'indice 1, qui produit la quantité  $Q_1$  ; son capital investi est  $K_1$ , où  $Q_1 \leq K_1$ . Cette entreprise doit faire face à la possibilité de l'entrée d'une autre entreprise, représentée par l'indice 2. Le choix de  $K_1$  est supposé être irréversible.  $K_1$  est donc la variable stratégique à travers laquelle l'entreprise existante essaie d'empêcher l'entrée du concurrent. La demande aléatoire est supposée linéaire ayant la forme  $p = a - bQ$ , où  $Q$  représente la production totale de l'industrie. Comme dans les modèles précédents, on suppose que le choix de  $Q$  a lieu sous certitude après que la valeur exacte de  $a$  soit connue.

Le choix de  $K_1$  se fait au tout début, sous incertitude. L'entrée du concurrent a lieu après. Ensuite, les deux entreprises s'engagent à un jeu de duopole, qui est supposé être du type Cournot, au niveau des quantités produites. La barrière à l'entrée existe si le choix de  $K_1$  est tel que l'entreprise 2 ne trouve pas l'entrée rentable, tandis que l'entreprise 1 réalise des profits.

Selon les résultats des études précédentes<sup>20</sup>, la barrière à l'entrée n'existe pas si les deux entreprises sont symétriques du point de vue de leurs fonctions de coût et s'il n'y a pas d'économies d'échelle. Dans ces cas-là, l'entreprise existante doit augmenter son investissement afin d'empêcher l'entrée, jusqu'au point où ses profits disparaissent. Par contre, il y a une barrière à l'entrée quand la deuxième entreprise doit avoir une taille minimale pour entrer dans le secteur afin de profiter des coûts réduits à cause des économies d'échelle. Le profit réalisé en présence d'économies d'échelle, quand l'entrée est empêchée, est relativement limité quand la demande est certaine, mais il peut augmenter d'une manière assez spectaculaire quand il y a incertitude<sup>21</sup>.

C'est ce dernier résultat qui sera démontré en partie dans cette section à l'aide des méthodes d'évaluation par arbitrage. Toute l'analyse du duopole sous incertitude peut être reformulée à l'aide des méthodes présentées dans les sections précédentes et les mêmes résultats vont apparaître. Afin d'éviter la longueur de l'exposé, nous allons présenter ici la preuve d'un seul résultat important de l'analyse de Perrakis et Warskett (1986), celui qui a trait au choix du capital investi par l'entreprise existante afin de réduire à zéro le profit du concurrent potentiel. Ainsi que démontré dans cette étude, ce capital diminue au fur et à mesure que les économies d'échelle deviennent plus importantes et à un rythme *plus rapide* que ces économies. C'est cette rapidité accrue qui est à l'origine de l'augmentation des profits par rapport au cas de la certitude où la diminution est strictement proportionnelle aux économies d'échelle.

Le coût marginal après l'entrée des entreprises dans l'industrie est représenté dans la figure 2. Ce coût reste constant et égal à  $c$  tant que le capital investi est supérieur à une quantité  $k_0$  qui représente la taille minimale efficace de l'entreprise. Au-dessous de  $k$  le coût augmente très rapidement de sorte que ni entrée ni production ne sont possibles à ces tailles-là. De même, selon l'hypothèse de fonction de production du type Leontief, l'entreprise existante ne peut pas dépasser dans sa production la capacité investie  $K_1$ . Nous allons supposer que le nouveau concurrent entre à l'échelle  $k_0$  et nous allons démontrer que le capital investi  $K_1$ , qui suffit pour empêcher l'entrée, est tel que  $dK_1/dK_0 < -1$  (rappelons que  $dK_1/dK_0 = -1$  sous certitude<sup>22</sup>).

20. Voir Schmalensee (1981) et Perrakis et Warskett (1983, 1986).

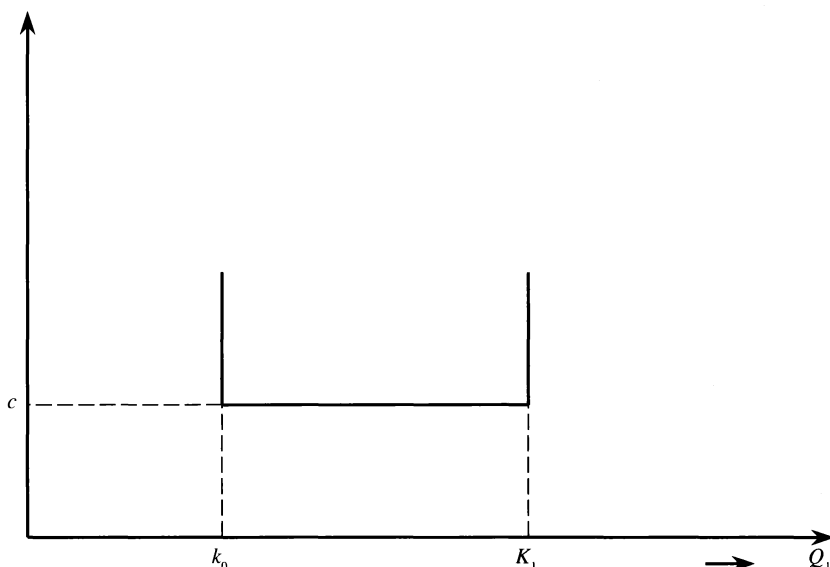
21. Schmalensee (1981) a démontré que les profits dus à la barrière à l'entrée ne pouvaient pas dépasser le coût annualisé du capital minimum nécessaire pour réaliser les économies d'échelle. Cette borne fut violée par plus de 100% dans des exemples présentés par Perrakis et Warskett (1986).

22. La somme de  $K_1$  et de  $k_0$  est constante sous certitude.

Le profit à court terme de l'entreprise existante après l'entrée du concurrent est  $\pi_1 = [a - b(k_0 + Q_1) - c]Q_1$  où  $k_0 \leq Q_1 \leq K_1$ . Le choix optimal  $Q_1$  dépend de la valeur de  $a$ . Étant donné les contraintes, la maximisation de  $\pi_1$  par rapport à  $Q_1$  produit les résultats suivants, du point de vue du prix qui est en vigueur dans l'industrie :

$$p - c = \begin{cases} [a - b(k_0 + K_1) - c], & c + bk_0 + 2bK_1 \leq a \\ (a - bk_0 - c) / 2, & c + 3bk_0 \leq a < c + bk_0 + 2bK_1 \\ (a - 2bk_0 - c), & a < c + 3bk_0 \end{cases} \quad (12)$$

FIGURE 2



On dénote  $A \equiv c + bk_0 + 2bK_1$  et on évalue le profit à court terme  $\pi_2$  du concurrent potentiel avec le prix donné par (12). Ce profit  $\pi_2$  est égal à  $(p - c)k_0$ , où  $(p - c)$  est donné par (12). Cette évaluation est simplifiée si on dénote par  $k_0 V_1$  la valeur de  $\pi_2$  quand  $a < A$ , c'est-à-dire :

$$V_1 = \int_a^A (p - c) [\delta^2 O / \delta a^2] da. \text{ Ceci nous donne :}$$

$$V(\pi_2) = k_0 [O(V_0, A) - bK_1 \delta O / \delta A + V_1]. \quad (13)$$

La valeur  $V(\pi_2)$  dépend de la taille de  $K_1$  le capital investi par la première entreprise. Pour empêcher l'entrée cette entreprise doit augmenter  $K_1$  jusqu'au point où  $V(\pi_2)$  est égal au coût  $c_1 k_0$  du capital nécessaire pour pénétrer dans le secteur. Donc le capital minimum  $K_1$  qui est nécessaire pour construire une barrière

à l'entrée est donné par l'équation  $V(\pi_2)/k_0 = c_1$ . Cette barrière à l'entrée existe si le profit réalisé par l'entreprise 1 à un tel niveau de capacité est positif, c'est-à-dire si  $V(\pi_1) > c_1 K_1$ .

Si la demande n'est pas aléatoire, il est facile de démontrer que  $k_0 + K_1$  est une quantité constante (indépendante de  $k_0$ ), ce qui signifie que  $dK_1/dk_0 = -1$ , comme on l'a déjà vu. Par contre, nous allons voir ici que  $dK_1/dk_0 < -1$ , cette inégalité étant dérivée de la relation  $d[V(\pi_2)/k_0]/dk_0 = 0$ , où  $V(\pi_2)$  est donnée par (13). Ceci signifie que le capital nécessaire pour empêcher l'entrée diminue à un rythme plus rapide que celui de l'augmentation de l'investissement minimal  $k_0$ . Ceci, de son côté, permet à l'entreprise existante de réaliser des profits importants au-delà d'un certain niveau de  $k_0$ .

De (13), en tenant compte que pour  $a = A$  nous avons  $p - c = bK_1$ , nous pouvons facilement démontrer que :

$$\delta O / \delta A(1 + dK_1 / dk_0) + \int_a^A V_2 [\delta^2 O / \delta a^2] da = 0 \quad (14)$$

où la quantité  $V_2$  représente la dérivée de  $(p - c)$  par rapport à  $k_0$  quand  $a < A$ . Cette dérivée est négative, ce qui nous permet de déduire facilement partant de la relation (14), que  $dK_1/dk_0 < -1$ .

Nous venons donc de dériver, à l'aide de l'évaluation par arbitrage, un des principaux résultats de l'étude de Perrakis et Warskett (1986) sans employer l'hypothèse de la neutralité vis-à-vis le risque que cette étude avait adopté. La seule restriction de cette approche par rapport à l'étude précédente est la linéarité de la courbe de demande ; c'est une restriction qui fut adoptée uniquement pour faciliter l'exposition.

On pourrait remarquer que, puisque la neutralité vis-à-vis le risque donne des résultats relativement robustes, l'évaluation par arbitrage n'y ajoute rien de plus. Ceci est plus ou moins vrai quant aux résultats qualitatifs des modèles microéconomiques. C'est dans les résultats *quantitatifs* que la contribution de la théorie des options apporte sa contribution la plus importante. Nous allons voir ses apports dans la dernière application examinée dans cette étude, l'influence de la structure financière dans les modèles d'oligopole.

## VII. DUOPOLE SOUS INCERTITUDE ET STRUCTURE FINANCIÈRE

Du point de vue historique, les célèbres articles de Modigliani et Miller (1958, 1963) sur la structure financière d'une entreprise sont les premières applications de l'évaluation par arbitrage dans la théorie financière. Rappelons les conclusions de ces articles : la structure financière d'une entreprise capitalisée avec de la dette et des actions ordinaires ne joue aucun rôle dans la valeur totale en l'absence d'impôt sur le revenu des entreprises ; la structure optimale contient 100 % de dette quand le revenu de l'entreprise est imposé et l'intérêt sur la dette est déductible d'impôt.

Ces résultats ont leurs contreparties dans le domaine du coût du capital nécessaire pour l'évaluation des investissements de l'entreprise. Ce coût est minimisé quand la structure optimale est choisie, ce qui signifie une structure contenant 100 % de dette en présence d'impôt, comme c'est le cas dans le monde actuel.

Or, malgré ces résultats théoriques, il est indiscutable que les entreprises ne s'endettent pas à 100 %. On doit donc forcément expliquer pourquoi les résultats de Modigliani et Miller ne peuvent pas être observés dans le monde réel. Une explication très populaire dans la littérature financière actuelle est celle des *frais de la faillite*<sup>23</sup>. Selon cette approche, l'endettement optimal d'une entreprise atteint une limite, qui est de loin inférieure à 100 %, à cause de certains frais occasionnés par la faillite qui sont prioritaires par rapport aux montants récupérables par les détenteurs de la dette. Ces frais peuvent être explicites, comme les paiements aux avocats et autres frais judiciaires, ou implicites, comme la perte du crédit commercial et le départ du personnel qui a peur d'être licencié avant que la faillite soit devenue officielle. Le résultat que de tels frais créent une limite à l'endettement optimal est facile à démontrer à l'aide de la théorie des options et de l'évaluation par arbitrage.

Les conclusions de cette approche sont pertinentes dans l'un des deux modèles d'oligopole que nous allons examiner dans cette section<sup>24</sup>. En bref, l'explication de la structure financière basée sur les frais de la faillite préconise que l'endettement optimal est inversement relié à l'importance de ces frais. Par ailleurs, la littérature financière indique que les frais de faillite sont relativement plus importants dans les petites entreprises dont la capacité d'endettement est, de ce fait, moindre que celle de leurs concurrents avec une taille supérieure<sup>25</sup>. Donc, étant donné que l'endettement réduit le coût du capital et que cet endettement est plus faible dans les petites entreprises, ces dernières sont relativement défavorisées par rapport à leurs concurrents, ce qui peut être une source de barrières à l'entrée.

Afin d'illustrer ce modèle de duopole et de le comparer à un autre qui produit des résultats totalement différents, il est pertinent de commencer par examiner la séquence de prise de décisions à travers le temps, en fonction de la production d'information. Cette séquence est présentée à la figure 3. Les décisions prises aux points  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$  sont des décisions *ex ante*, c'est-à-dire sans que la valeur exacte de la demande aléatoire soit connue. Par contre, la décision de production et de vente est prise au point  $t_4$  *ex post*. L'entrée des deux entreprises, c'est-à-dire le choix de leur capital investi aux points  $t_0$  et  $t_2$ , est irréversible, tandis que les choix des structures financières aux points  $t_1$  et  $t_3$  peuvent être changés sans frais additionnels. Les autres hypothèses du duopole sont identiques à celles de la section précédente.

23. Voir, par exemple, Brennan et Schwartz (1978) et Dotan et Ravid (1985).

24. Ces modèles sont dûs à Perrakis (1988b) et Brander et Lewis (1986).

25. En général, on observe que l'endettement augmente en proportion avec la taille de l'entreprise. Voir Hay et Morris (1979, p. 329) et Marsh (1982).

FIGURE 3

Entrée entr. 1 $t_0$	Struct. fin. entr. 1 $t_1$	Entrée entr. 2 $t_2$	Struct. fin. entr. 2 $t_3$	Production entr. 1 & 2 $t_4$
<i>Ex ante</i>				<i>Ex post</i>

Soit  $\tau$  le taux marginal d'imposition du revenu des entreprises et  $I$  le rendement de la dette, c'est-à-dire un plus le taux d'intérêt. Le volume d'endettement est exprimé comme proportion  $\phi_i$  de la valeur du capital investi par chaque entreprise, où  $i = 1, 2$ . Comme dans la section précédente, nous allons supposer qu'il y a des économies d'échelle à réaliser dans le secteur et que  $k_0$  est l'échelle efficace minimale. Le capital investi par l'entreprise existante est  $K_1$ , tandis qu'on suppose que l'entrée de 2 a lieu avec un capital de  $k_0$ . La barrière à l'entrée existe si le montant de  $K_1$  nécessaire pour empêcher l'entrée de l'entreprise 2 est capable de produire des profits positifs pour l'entreprise existante.

La différence avec le cas précédent est que la valeur totale des profits est maintenant une fonction de l'endettement de chaque entreprise. Cet endettement, en l'absence de frais de faillite, est rentable jusqu'à une proportion de 100 %, à la fois pour l'entreprise existante et pour le nouvel entrant. Ceci est facile à démontrer. Supposons, par exemple, que la faillite de l'entreprise 2 a lieu quand la variable aléatoire  $a$  atteint une valeur  $a_2$  telle que  $c + 3bk_0 < a_2 < A$ . Alors, selon (12),  $a_2$  est donné par l'équation  $\phi_2 c_1 k_0 I = k_0(a_2 - bk_0 - c)/2$ . Les détenteurs de la dette reçoivent<sup>26</sup> tous les cash-flows de l'entreprise 2 quand  $a < a_2$  et  $\phi_2 c_1 k_0 I$  quand  $a \geq a_2$ . Les actionnaires de l'entreprise 2 reçoivent zéro quand  $a < a_2$  et le montant  $(1 - \tau)$  fois la différence entre le cash-flow total et  $\phi_2 c_1 k_0 I$  quand  $a \geq a_2$ . Il est facile de voir que ceci nous donne :

$$V(\pi_2') = (1 - \tau)V(\pi_2) + \tau\phi_2 c_1 k_0 \quad (15)$$

où  $V(\pi_2)$  est la valeur des cash-flows de l'entreprise quand il n'y a pas d'endettement, (voir l'équation (13) de la section précédente). L'expression (15) est identique au modèle de Modigliani et Miller (1963) en présence d'impôts ; elle amène donc à la même conclusion d'endettement optimal à 100 %. Cette conclusion ressort aussi de l'analyse pour l'entreprise 1.

La présence des frais de faillite est donc indispensable pour arriver à un modèle qui produise des résultats réalistes. Or, les complications causées par de tels frais dans nos modèles sont immenses. On ne peut qu'en donner un bref aperçu ici. L'équation (15) n'est plus vraie quand il y a des frais de faillite. L'endettement optimal est déterminé en maximisant la valeur des cash-flows par rapport au

26. On suppose qu'en cas de faillite les détenteurs de la dette prennent le contrôle total de l'entreprise.

paramètre d'endettement  $\phi_2$ . Dans une telle maximisation le taux d'intérêt  $I$  est endogène<sup>27</sup>, puisque la valeur  $\phi_2 c_1 k_0$  de la dette doit être égale à la valeur des cash-flows perçus par les détenteurs de la dette. Étant donné l'endettement optimal, le capital  $K_1$  nécessaire pour empêcher l'entrée est déterminé en égalisant  $V(\pi_2')$  à la valeur  $c_1 k_0$  de l'investissement minimal dont on a besoin afin de pénétrer dans le secteur. La barrière à l'entrée est vérifiée si les profits de l'entreprise 1, étant donné ses frais de faillite et son propre endettement optimal avec le capital  $K_1$ , sont positifs. Les résultats dépendent du modèle de la valeur des options qu'on choisit pour évaluer les cash-flows aléatoires.

Le modèle complet ne sera formulé ici que sous un cas spécial. Les valeurs optimales de  $\phi_1$  et de  $\phi_2$  sont en général des fonctions de la forme fonctionnelle du modèle de la valeur des options employé pour évaluer les cash-flows aléatoires. Ainsi, soit  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2$ , les paramètres qui déterminent les frais de faillite comme proportions de la valeur du capital investi par chaque entreprise. Soit aussi  $a_0$ , la valeur de  $a$  telle que le cash-flow de l'entreprise 2 soit exactement égal aux frais de faillite ; donc,  $p - c = \mu_2 c_1$ , où  $p - c$  est évalué selon (12) pour  $a = a_0$ , et on suppose que  $a_0 < a_2$ . Alors, l'équation (15) est remplacée par la relation suivante :

$$V(\pi_2') = (1 - \tau)V(\pi_2) + \tau\phi_2 c_1 k_0 - k_0 \left[ \int_{a_0}^{a_2} \mu_2 c_1 (\delta^2 O / \delta a^2) da + \int_a^{a_2} (p - c) (\delta^2 O / \delta a^2) da \right] \quad (16)$$

où  $(p - c)$ , évalué selon (12) pour  $a = a_2$ , est égal à  $I\phi_2 c_1$ . La maximisation de (16) par rapport à  $\phi_2$  détermine l'endettement optimal ; il y est évident que cet endettement est une fonction du modèle choisi pour la fonction  $O(V_0, X)$ .

Le cas spécial le plus simple est celui de la neutralité vis-à-vis le risque. Dans un tel cas, la valeur d'un cash-flow aléatoire est tout simplement son espérance actualisée. Soit  $F(a)$  et  $f(a)$  les fonctions de distribution et de densité de la variable aléatoire  $a$ , alors (16) devient, sous neutralité vis-à-vis le risque :

$$V(\pi_2') = (1 - \tau)V(\pi_2) + \tau\phi_2 c_1 k_0 - \left[ \int_{a_0}^{a_2} (p - c) dF(a) + \mu_2 c_1 (F(a_2) - F(a_0)) \right] k_0 / R. \quad (16)'$$

La maximisation de (16)' par rapport à  $\phi_2$  nous donne l'endettement optimal. Dans cette maximisation la valeur  $a_2$  dépend du taux d'intérêt  $I$  à travers l'égalité  $I\phi_2 c_1 = p - c$ , tandis que  $I$  est déterminé en égalisant la valeur de la dette à celle des cash-flows perçus par ses détenteurs. Cette équation est la suivante :

$$\phi_2 c_1 = \left[ \int_{a_0}^{a_2} (p - c - \mu_2 c_1) dF(a) + I\phi_2 c_1 (1 - F(a_2)) \right] / R. \quad (17)$$

L'estimation de l'endettement optimal pour l'entreprise 1 se fait d'une manière identique avec la valeur du cash-flow  $V(\pi_1)$  donnée par une expression qui

27. En fait  $I$  est égal à 1 plus le taux d'intérêt de la dette de l'entreprise.

ressemble à (16)'. La comparaison entre les valeurs optimales de  $\phi_1$  et  $\phi_2$  dépend en grande partie des valeurs des paramètres des frais de faillite  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Le problème n'a pas encore été résolu, même pour les cas les plus simples de neutralité vis-à-vis le risque et d'une distribution de probabilité uniforme pour la variable aléatoire  $a$ . Par contre, l'approche qui fut adoptée dans une étude récente<sup>28</sup> suppose l'égalité entre  $\phi_1$  et  $\phi_2$ , qu'ils soient déterminés en fonction des frais de faillite ou selon toute autre méthode pertinente. En fait, il est noté dans cette même étude que, selon les observations empiriques dans la littérature financière, l'endettement d'une entreprise est une fonction croissante de sa taille. Ceci signifie, dans notre contexte, que  $\phi_1$  doit être supérieur à  $\phi_2$ ; les conclusions tirées quant à l'effet de la structure financière sur la barrière à l'entrée ne seront que renforcées.

Une autre hypothèse adoptée dans cette même étude est un peu plus douteuse. Cette hypothèse est que le paramètre d'endettement  $\phi_1 = \phi_2 \equiv \phi$  est exogène, c'est-à-dire indépendant de  $k_0$  et de  $K_1$ . En fait, le schéma de la Figure 3 indique clairement qu'en présence de frais de faillite le choix de  $\phi$  doit être fait après la détermination du montant du capital investi. Pour cette raison, les conclusions de l'étude doivent être examinées dans un modèle plus complet.

Le résultat principal est que la barrière à l'entrée due aux économies d'échelle et identifiée dans la section précédente est maintenant *renforcée* quand il y a endettement et impôt sur le revenu des entreprises. Rappelons que cette barrière à l'entrée existe si la valeur du capital  $K_1$  qui est nécessaire pour rendre  $V(\pi_2')$  égal à  $c_1 k_0$ , où  $V(\pi_2')$  est donné par (16)', produit des profits positifs pour l'entreprise 1. Le calcul ne sera pas répété ici. Il suffit de noter qu'il est semblable à l'équation (14), à la différence que  $dK_1/dk_0$  est encore moindre que dans cette relation lorsque  $\tau$  et  $\phi$  sont positifs. Donc, l'endettement et l'impôt sont capables de produire une barrière à l'entrée quand il y a des économies d'échelle; cette barrière s'ajoute à celle créée par ces mêmes économies et qui fut identifiée dans la section précédente.

Nous allons terminer ce bref survol des modèles intégrés économiques et financiers de l'oligopole avec une étude publiée récemment par Brander et Lewis (1986). Ses hypothèses et conclusions sont radicalement différentes des autres modèles présentés dans cette section. En fait, ces conclusions sont assez surprenantes, puisqu'elles vont à l'encontre de presque toutes les études précédentes de la structure financière. En effet, Brander et Lewis arrivent au résultat que les théorèmes de Modigliani et Miller (1958) sur la structure financière ne sont pas vrais dans un oligopole. Ce résultat, étant donné son originalité, doit être soumis à un examen rigoureux de ses hypothèses afin de voir sous quelles conditions il est vrai.

Brander et Lewis examinent les décisions de production et de structure financière dans un duopole symétrique où le choix du capital a déjà eu lieu à une période précédente. La séquence des décisions est indiquée dans la figure 4 qui doit être comparée à celle de la figure 3.

28. Voir Perrakis (1988b).



FIGURE 4

Entrée 1&2 $t_0$	Choix de structure $t_1$	Choix de production $t_2$	Ventes $t_3$
<i>Ex ante</i>			<i>Ex post</i>

Une différence évidente entre les figures 3 et 4 est le dédoublement entre production et ventes ce qui signifie que la production se fait *ex ante* dans la Figure 4. Une autre différence, beaucoup plus subtile et difficile à justifier, est le fait que le choix de la structure financière est devenue *irréversible* dans l'analyse du modèle de Brander et Lewis, au moins pendant la période de temps allant de  $t_2$  à  $t_3$ . Cette hypothèse est implicite étant donné que le choix de la structure, quand les quantités produites sont déjà choisies, va nous ramener dans le modèle de Modigliani et Miller. Or, le choix de la structure financière est, au moins pour des changements marginaux, très facile à effectuer à court terme : il suffit d'une visite à son banquier ou d'une distribution de droits d'achat à ses actionnaires. Si, d'autre part, la différence entre  $t_3$  et  $t_2$  est si petite que même ces actions-là sont infaisables, il est difficile d'accepter que l'incertitude au point  $t_2$  soit suffisamment importante pour faire le choix de la quantité produite *ex post* plutôt qu'*ex ante*.

Si la séquence de décisions indiquées dans la figure 4 est acceptée, on en retire, jusqu'à un certain point, les conclusions de Brander et Lewis. Supposons que la demande aléatoire soit linéaire sous forme  $p = a - b(Q_1 + Q_2)$ , le facteur aléatoire  $a$  étant situé entre  $\underline{a}$  et  $\bar{a}$  avec densité de probabilité  $f(a)$ . Le capital investi est  $K_1$  et le coût moyen est  $c$  où  $c$  peut maintenant dépendre de  $Q_1$  et  $K_1$ . Si  $RD_1$  indique le montant de la dette (y compris l'intérêt) qui doit être repayée au point  $t_3$ , alors la valeur  $V_a(Q_1, Q_2)$  de la part des actionnaires de l'entreprise 1, évaluée au point  $t_2$  sous neutralité vis-à-vis le risque, est donnée par :

$$V_a(Q_1, Q_2) = \int_{a_2}^{\bar{a}} [Q_1(a - b(Q_1 + Q_2) - c) - RD_1] f(a) da \quad (18)$$

où  $a_2$  est la valeur de  $a$  donnée par l'équation  $Q_1[a - b(Q_1 + Q_2) - c] = RD_1$ . La maximisation de (18) par rapport à  $Q_1$ , avec  $Q_2$  tenu fixe selon l'hypothèse de Cournot, est à la base du résultat principal de Brander et Lewis. En effet, si on dénote par  $R^1(Q_1, Q_2, a)$  la quantité  $Q_1[a - b(Q_1 + Q_2) - c]$  et par  $R^{1'}$  sa dérivée partielle par rapport à  $Q_1$ , la maximisation produit comme résultat que  $\int_{a_2}^{\bar{a}} R^{1'}(Q_1, Q_2, a) f(a) da = 0$  si  $Q_1$  n'est pas limitée par le capital investi  $K_1$  ; sinon nous aurons  $Q_1 = K_1$ , étant donné que  $R^{1'}$  est une fonction croissante de  $a$ .

Nous avons donc deux possibilités, dépendant des hypothèses qu'on fait sur la fonction de production et la structure de l'information à travers le temps. Il est facile

à démontrer que, si la fonction de production est du type Leontief et les informations successives sur la valeur de  $a$  arrivent d'une manière indépendante d'une période à l'autre, l'entreprise 1 va *toujours* choisir un capital investi  $K_1$  tel que  $Q_1$  serait égal à  $K_1$  en période  $t_2$ . En effet, si  $Q_1 < K_1$  aux points  $t_2$  et  $t_1$  alors, sous les hypothèses ci-dessus, la valeur totale<sup>29</sup>  $V(K_1, K_2)$  de l'entreprise 1 au point  $t_0$  devient indépendante de  $K_1$ . Si  $c_1$  est le coût du capital alors le choix de  $K_1$  se fait en égalisant  $c_1$  à  $\delta V(K_1, K_2)/\delta K_1$ ; ceci signifie que  $K_1$  doit être réduit jusqu'au point où  $Q_1 = K_1$ .

Par contre, il est certain qu'il doit exister des structures d'information et/ou de fonctions de production capables de préserver les résultats de Brander et Lewis dans un modèle complet, c'est-à-dire un modèle qui couvre le choix du capital investi. Comme un tel modèle n'a pas encore été formulé, il est difficile de prévoir ses conclusions par rapport aux stratégies d'une entreprise pour empêcher l'entrée d'un concurrent. De même, l'extension du modèle à l'aide de la théorie des options afin d'incorporer des éléments importants de l'environnement économique, comme l'impôt des entreprises et les frais de faillite, est difficile à envisager à ce stage. À mon avis, les conclusions du modèle Brander et Lewis quant à la non-pertinence du théorème de Modigliani et Miller doivent être envisagées avec scepticisme et soumises à une analyse plus rigoureuse.

## VIII. CONCLUSIONS

Le but de ce travail est de familiariser une audience, composée surtout de microéconomistes, avec des éléments de la théorie financière qui peuvent les aider à résoudre certains de leurs problèmes. L'approche adoptée dans les applications microéconomiques que nous avons examinées est l'intégration d'un secteur financier dans les modèles du type équilibre partiel, quand l'incertitude joue un rôle important. La théorie de l'évaluation par arbitrage et les modèles de la valeur des options nous permettent, dans un tel contexte, d'exprimer la valeur de tous les cash-flows aléatoires de l'entreprise en fonction de la valeur de certains éléments de base. Le choix du capital physique qu'une entreprise doit investir est fait en maximisant la différence entre la valeur des cash-flows ainsi calculés et la valeur du capital à investir.

Comme indiqué dans plusieurs des applications, l'approche présentée dans cette étude est une alternative plus satisfaisante à la méthodologie antérieure de prise de décisions par une entreprise dans un contexte d'incertitude. Cette méthodologie consistait à maximiser l'espérance d'une fonction d'utilité non-spécifiée. En fait, dans plusieurs applications, c'est l'hypothèse de la neutralité vis-à-vis le risque qui était employée malgré ses désavantages théoriques. Donc, pour le moins qu'on puisse dire, les méthodes présentées ici nous permettent d'adopter une analyse plus rigoureuse sans que les difficultés analytiques soient insurmontables.

29. La variable  $K_1$  dans  $V(K_1, K_2)$  dénote le capital investi par l'entreprise 2; on suppose que  $K_1$  est choisi indépendamment de  $K_2$ , selon l'hypothèse de Cournot.

Les conclusions tirées des différents modèles d'équilibre partiel que nous avons examinés dans cette étude sont, en partie, des reformulations de certains résultats déjà disponibles sous l'hypothèse de la neutralité vis-à-vis le risque. Une telle hypothèse est un cas spécial d'évaluation par arbitrage ; nous avons démontré que certains de ses résultats qualitatifs sont robustes même si ce cas spécial est généralisé à l'aide d'un modèle quelconque de la valeur des options. Tous les modèles examinés à la troisième section de cette étude peuvent être employés, quoique le modèle Black et Scholes soit de loin le plus populaire. En plus, l'emploi de la théorie des options nous permet de transformer les résultats qualitatifs en estimations quantitatives qui sont exactes, étant donné le modèle approprié pour l'évaluation des options.

La dernière partie de cette étude a examiné des applications microéconomiques qui sont encore à la fine pointe de la recherche actuelle et dont la solution complète est loin d'être atteinte. Ces applications ont surtout trait à la structure financière d'une entreprise en situation de duopole et les interactions d'une telle structure avec les choix de variables microéconomiques « réelles », telles que la quantité produite et le capital investi. Aucun modèle complet n'a encore été publié dans la littérature récente. Une revue assez brève de quelques résultats partiels déjà disponibles a démontré la sensibilité de ces résultats aux hypothèses faites par rapport à plusieurs détails de la modélisation. De tels détails sont l'ordre de prise de décisions à travers le temps, la disponibilité de l'information pendant cette prise de décisions, la forme des fonctions de demande et de coûts, l'existence de frais de faillite ou de toute autre imperfections des marchés financiers, et les règles du jeu de l'oligopole qui se joue entre l'entreprise existante et le nouvel entrant. De même, la fonction de la valeur des options qu'on va employer pour évaluer les cash-flows aléatoires va certainement jouer un rôle important dans les conclusions tirées de la modélisation. La rareté des études dans le domaine intégré de la microéconomie et de la finances des affaires doit servir comme incitation aux jeunes chercheurs pour se pencher sur de tels problèmes.

## BIBLIOGRAPHIE

- ARROW, K.J. (1965) : *Aspects of the Theory of Risk-Bearing*, Helsinki : Academic Bookstore.
- AVERCH, H., and L. JOHNSON : « Behavior of the Firm Under Regulatory Constraint », *American Economic Review* 52, 5 (Dec. 1962), 1053-1069.
- BAILEY, E. (1973) : *Economic Theory of Regulatory Constraint*, Lexington, Mass : Heath-Lexington.
- BLACK, F., and M. SCHOLES : « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *Journal of Political Economy* 81, 3 (May-June 1973), 637-659.
- BRANDER, J.A., and T.R. LEWIS : « Oligopoly and Financial Structure », *American Economic Review* 76, 5 (December 1986), 956-970.

- BREEDEN, D.T., and R.H. LITZENBERGER : « Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices », *Journal of Business* 51, 4 (October 1978), 621-652.
- BRENNAN, M.J. : « The Pricing of Contingent Claims in Discrete Time Models », *Journal of Finance* 34, 1 (March 1979), 53-68.
- BRENNAN, M., and E. SCHWARTZ : « Corporate Income Taxes, Valuation and the Problem of Optimal Capital Structure », *Journal of Business* 51 (January 1978), 103-14.
- BRENNAN, M.J., and E.S. SCHWARTZ (1982) : « Consistent Regulatory Policy Under Uncertainty », *Bell Journal of Economics* 13 (Autumn 1982), 506-521.
- BRENNAN, M.J., and E.S. SCHWARTZ : « Evaluating Natural Resource Investments », *Journal of Business* 58 (Jan. 1985), 135-57.
- COX, J.C., S. ROSS and M. RUBINSTEIN : « Option Pricing : a Simplified Approach », *Journal of Financial Economics* 7, 1 (March 1979), 229-263.
- DIXIT, A. (1979) : « A Model of Duopoly Suggesting a Theory of Entry Barriers » *Bell Journal of Economics* 10, 20-32.
- DIXIT, A. : « The Role of Investment in Entry Deterrence », *Economic Journal* 90, (March 1980), 95-106.
- DOTAN, A., and S.A. RAVID : « On the Integration of Real and Financial Decisions of the Firm Under Uncertainty », *Journal of Finance* 40, 2 (June 1985), 501-517.
- EKERN, S., and R. WILSON (1974) : « On the Theory of the Firm in an Economy with Incomplete Markets », *Bell Journal of Economics and Management Science* 5, 171-80.
- HARRISON, J.M., and D.M. KREPS (1979) : « Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets », *Journal of Economic Theory* 20 (June 1979), 381-408.
- HAY, D.A., and D.J. MORRIS (1979) : *Industrial Economics*, Oxford University Press, Oxford.
- JOSKOW, P.L. : « Pricing Decisions of Regulated Firms : a Behavioral Approach », *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 1 (Spring 1973), 118-140.
- LELAND, H. (1974a) : « Production Theory and the Stock Market » *Bell Journal of Economics and Management Science* 5, 125-44.
- MARSH, P. : « The Choice Between Equity and Debt : an Empirical Study », *Journal of Finance* 37, 1 (March 1982), 121-144.
- MCDONALD, R., and D.R. SIEGEL : « Investment and the Valuation of the Firm when there is an Option to Shut Down », *International Economic Review* 26 (June 1985), 331-49.
- MERTON, R.C. : « The Theory of Rational Option Pricing », *The Bell Journal of Economics and Management Science* 7, 1 (Spring 1973), 141-183.
- MERTON, R.C. (1982) : « On the Mathematics and Economics Assumptions of Continuous-Time Models » in *Financial Economics : Essays in Honor of Paul Cootner* (W.F. Sharpe and C.M. Cootner, eds), Prentice-Hall, pp. 19-51.

- MEYER, R.A. : « Regulated Monopoly Under Uncertainty », *Southern Economic Journal* 45, 4 (April 1979), 1121-1129.
- MODIGLIANI, F., and M. MILLER : « The Cost of Capital, Corporate Finance, and the Theory of Investment », *American Economic Review* 48, 3 (June 1958), 261-97.
- MODIGLIANI, F., and M. MILLER : « Corporate Income Taxes and the Cost of Capital – A Correction », *American Economic Review*, 53, 3 (June 1963), 433-443.
- PELES, Y., and J.L. STEIN : « The Effect of Rate-of-Return Regulation is Highly Sensitive to the Nature of Uncertainty », *American Economic Review* 66, 3 (June 1976), 278-289.
- PERRAKIS, S. (1976a) : « Rate-of-Return Regulation of a Monopoly Firm with Random Demand », *International Economic Review* 17, 149-162.
- PERRAKIS, S. (1976b) : « On the Regulated Price-Setting Monopoly Firm with a Random Demand Curve », *American Economic Review* 66, 410-16.
- PERRAKIS, S. : « On the Technological Implications of the Spanning Theorem », *Canadian Journal of Economics* 12, 3 (Aug. 1979), 501-511.
- PERRAKIS, S. (1983) : « The Value of the Firm Under Regulation and the Theory of the Firm Under Uncertainty : An Integrated Approach », in L. COURVILLE, A. DE FONTENAY and R. DOBELL (eds.) *Economic Analysis of Telecommunications*, North Holland, 397-413.
- PERRAKIS, S. : « Options Bounds in Discrete Time : Extensions and the Pricing of the American Put », *Journal of Business* 59, 1 (January 1986), 119-142.
- PERRAKIS, S. (1987) : « Options Bounds in Discrete Time and the Pricing of Corporate Debt », *Advances in Futures and Options Research*, vol. 2, 179-207.
- PERRAKIS, S. (1988a) : « Preference-free Option Prizes when the Stock Returns Can Go Up, Go Down, or Stay the Same », *Advances in Futures and Options Research*, vol. 3, 209-235.
- PERRAKIS, S. (1988b) : « Leverage, Taxation, and Financial Asymmetry as a Barrier to Entry », paper presented at the 1988 meetings of the SCSE and the 1988 meetings of the EEA at Bologna, Italy.
- PERRAKIS, S. (1989) : « Option Pricing for Multinomial Stock Returns in Diffusion and Mixed Processes », Working Paper, Faculty of Administration, University of Ottawa.
- PERRAKIS, S., and P. RYAN : « Option Pricing Bounds in Discrete Time », *Journal of Finance* 39, 2 (June 1984), 519-525.
- PERRAKIS, S., and G. WARSKETT (1983) : « Capacity and Entry Under Demand Uncertainty », *Review of Economic Studies*, 495-511.
- PERRAKIS, S., and G. WARSKETT (1986) : « Uncertainty, Economies of Scale, and Barrier to Entry », *Oxford Economic Papers* 38 (November 1986, suppl.), 58-74.
- PINDYCK, R.S. (1988) : « Irreversible Investment, Capacity Choice and the Value of the Firm », *American Economic Review* 78 (Dec. 1988), 969-985.

- RENDLEMAN, R.J. and B.J. BARTTER : « Two-State Asset Pricing », *Journal of Finance* 34, 5 (December 1979), 1093-1110.
- RITCHKEN, P. : « On Option Pricing Bounds », *Journal of Finance* 40, 4 (September 1985), 1219-1233.
- RITCHKEN, P., and S. KUO : « Option Bounds with Finite Revision Opportunities », *Journal of Finance* 43, 2 (June 1988), 301-308.
- ROSS, S.A. : « Options and Efficiency », *Quarterly Journal of Economics* 90, 1 (Febr. 1976), 75-89.
- ROSS, S.A. : « A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams », *Journal of Business* 51, 3 (July 1978), 453-476.
- ROTHCHILD, M., and J. STIGLITZ : « Increasing Risk I : a Definition », *Journal of Economic Theory* 2, 3 (September 1970), 225-243.
- RUBINSTEIN, M. : « The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options », *The Bell Journal of Economics* 7, 2 (Autumn 1976), 407-425.
- SCHMALENSEE, R. : « Economies of Scale and Barriers to Entry », *Journal of Political Economy* 89, 6 (December 1981), 1228-1238.
- SPULBER, D.F. : « Capacity, Output, & Sequential Entry », *American Economic Review* 71, 3 (June 1981), 503-14.
- VARIAN, H.R. (1987) : « The Arbitrage Principle in Financial Economics », *Journal of Economic Perspectives* 1 (Fall 1987), 55-72.